

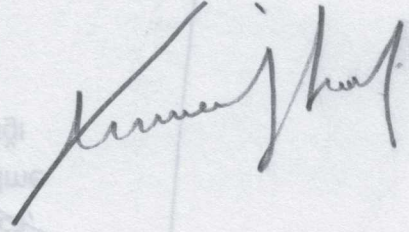
Molet ve

Molet Saplamaları

MUKAVEMET Hesabı

(inceleme)

-I-



Ek-1 : Yorulma Hasarları (Şekil ve resimler)

Ek-2 : Gerekli olan çözümlü diferansiyel denklemler.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

I- Gerekli olan bazı bilgiler	1
1- Alan eylemsizlik momentleri	1
2- Alan statik momentleri	2
3- Alan ağırlık merkezinin koordinatları	2
4- Alan eylemsizlik yarıçapları	3
5- Eksenlerin paralel kaydırılması	3
6- Sonuçlar	4
7- Eksenlerin döndürülmesi	5
Örnek 1 [L 3] : Ağırlık merkezi ve yarıçapı	8
8- Pappus - Guldin teoremleri	9
Örnek 2 : Ağırlık merkezi (Yarım daire)	10
Örnek 3 : Ağırlık merkezi (Yarım çember yayı)	11
Örnek 4 : Ağırlık merkezi (Üçgen)	12
Örnek 5 : Kutupsal eylemsizlik momenti (Dairesel kesit)	13
II- Kollu moletin mukavemet hesabı	14
1- Moleti etkileyen merkezkaç (sant- rifüj) kuvvet	14
2- Kolların mukavemet kontrolü	27
a) Suat Çarkmork hocadan [L 2]	27

b) Hilmi ileri hocamdan [L5] --- 32 - II -

Örnek 6 : Kollar, dökme demir kasnak 33

döndürme momenti, Elips kesiti için I_x, I_y alan eylemsizlik momentleri. Koldaki eğilme gerilmesi ve kol kesit profili seçimi.

3 - Kolların, burkulmaya (Flambaj) göre kontrol 53

a) Burkulmanın ortaya çıkışı [L1] --- 53

b) Kolun burkulması --- 54

c) EULER burkulma denkleminin sınırları --- 54

d) Elastik olmayan burkulma --- 58

e) Kolların Euler ve Tetmajer'e göre hesabı --- 59

4 - Kolların, omega (ω) yöntemine göre kontrol --- 61

5 - Bileşik kolonlar --- 64

Örnek 7 [L13] : Burkulma tehlikesi --- 69

Örnek 8 [L14] : Profiller arası mesafe --- 75

Örnek 9 [L10] : Profillerin belirlenmesi --- 79

Örnek 10 [L10] : Kritik yükün tespiti --- 83

örnek 11 [L10] : Kritik yükün hesaplanması --- 91

Örnek 12 [L10] : Burkulma eğrileri yöntemiyle kesit kontrolü 96

Örnek 13 [L10] : Burkulma eğrileri yöntemiyle max. basınç kuvvetinin bulunması 102

Örnek 14 [L12, L13] : Kritik yükün elde edilmesi 107

Not : BESSEL diferansiyel denklemleri ve fonksiyonları hakkında kısa bilgi 112

6 - Bir ebuğun kritik uzunluğu [L17] 120

Kısa bilgiler [L15] :

- Gama fonksiyonu 123
- Birinci tip Bessel fonksiyonları 125
- Molet kollarının burkulma kontrolü 133
- Değişken kesitli kolonlarda kesit eylemsizlik momenti, kritik burkulma yükü (F_{kr}) hesabı. Kısa bilgiler : 148

[L20] : 148

[L21] : 149

[L22] : 151

III - Molet saplama ve civatalarının mukavemet hesabı 161

1- Emniyet gerilmesi 164

a) Malzeme 164

b) Emniyet katsayısı 164

2- Şekillendirme

- IV -
165

a) Göbekte bir saplamaya pelen işletme kuvveti --- 165

b) Göbekte bir saplamaya pelen ön gerilme ve ek kuvvetler --- 165

3- Kontrol

171

Toplam kuvvete göre : --- 171

• Çekme gerilmesi --- 171

• Burulma gerilmesi --- 171

• Eşdeğer gerilme --- 173

4- Seçilen M56 saplamasının mukavemet kontrolü --- 174

5- İşletme esnasında mukavemet kontrolü --- 180

IV - Molet, çember cıvatalarının mukavemet kontrolü --- 187

• Emniyet katsayısı ile ilgili bilgi --- 190

• İşletme emniyet katsayısı $S = 3$ için --- 193

cıvata seçimi

- Çekme gerilmesi --- 201

- Burulma gerilmesi --- 202

- Eşdeğer gerilme --- 203

- Sıkma momenti --- 204

- Fön.max kuvvet --- 206

- İrdeleme --- 209

Özet : Seçilen M56 saplaması için --- 227

10.9 ve 6.6 kalitedeki malzeme-

lerin kullanılması halinde mukavemet

değerlerinin toplu olarak gösterimi:

V - Ekler

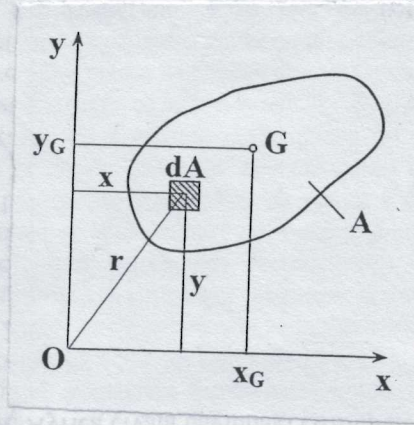
1- Ek-1 : Yorulma hasarları	229
(Şekil ve resimler)	
2- Ek-2 : Gerekli olan gözümü	251
diferansiyel denklemler	
a) Sabit katsayılı homojen lineer	251
diferansiyel denklemler	
b) Sabit katsayılı homojen olmayan	257
lineer diferansiyel denklemler	
c) Cauchy - Euler diferansiyel	266
denklemi	
d) Legendre diferansiyel denklemi	273
LİTERATÜR	279

Molet ve Molet Saplamaları

MUKAVEMET Hesabı

I - Önce, gerekli olan bazı bilgileri verelim :

1- Alan eylemsizlik momentleri;



Sekil 1 - Alan momentleri [L1]

G- Alan ağırlık merkezi.

- x eksenine göre alan eylemsizlik momentleri;

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad [cm^4] \quad (1)$$

- y eksenine göre alan eylemsizlik momentleri;

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad [cm^4] \quad (2)$$

- Çarpım eylemsizlik momenti;

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad [cm^4] \quad (3)$$

$$S_x = \int_A y dA \quad [cm^3] \quad (3)$$

- Kutupsal eylemsizlik momenti;

$$I_p = I_x + I_y = \int r^2 dA \quad [\text{cm}^4] \quad (4)$$

(A)

- 2- Alan statik momentleri;

X eksenine göre,

$$S_x = \int y dA \quad [\text{cm}^3] \quad (5)$$

(A)

y eksenine göre,

$$S_y = \int x dA \quad [\text{cm}^3] \quad (6)$$

(A)

- 3- Alan ağırlık merkezinin koordinatları,

$$x_G = \frac{S_y}{A} \quad [\text{cm}] \quad (7)$$

$$y_G = \frac{S_x}{A} \quad [\text{cm}] \quad (8)$$

Ağırlık merkezinden geçen x-y eksen
yakınına göre, ($x_G = y_G = 0$) dolayısıyla

$$S_x = S_y = 0 \quad (9)$$

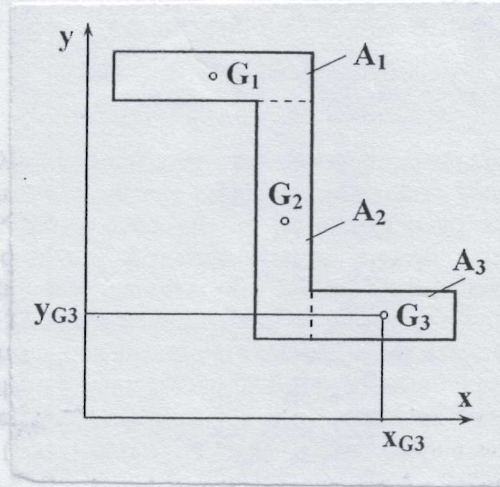
olur.

Birkaç parçadan oluşan alanlar için,

(Şekil 2)

$$A = \sum_{i=1}^n A_i \quad \bar{x}_G = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{A} \quad (10)$$

$$A = \sum_{i=1}^n A_i \quad \bar{y}_G = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{A} \quad (11)$$



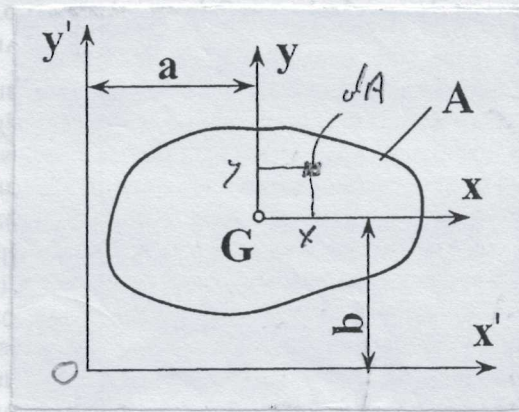
Sekil 2 - Birden fazla parçalı alan [1]

$$\left. \begin{aligned} x_G &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{Gi} \cdot A_i}{A} \\ y_G &= \frac{\sum_{i=1}^n y_{Gi} \cdot A_i}{A} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

4- Alan eylemsizlik yarıçapları,

$$i_x = \sqrt{I_x/A} \text{ [cm]}, \quad i_y = \sqrt{I_y/A} \text{ [cm]} \quad \dots (12)$$

5- Eksenlerin paralel kaydırılması,
(STEINER Teoremi)



Sekil 3 - Eksenlerin paralel kaydırılması [1]

$$x' = x + a, \quad y' = y + b \quad (\text{Sekil 3})$$

$$I_{x'} = \int_A y_i^2 dA \quad (\text{Eşitlik 1})$$

$$I_{x'} = \int_{(A)} (y+b)^2 dA = \int_{(A)} y^2 dA + \underbrace{b^2 \int_{(A)} dA}_{b^2 \cdot A} + \underbrace{2b \int_{(A)} y dA}_{S_x = 0 \quad (y_G = 0)}$$

$$\| \underline{I_{x'} = I_x + b^2 \cdot A} \quad \text{--- (13)}$$

$$I_{y'} = \int_{(A)} x'^2 dA = \int_{(A)} (x+a)^2 dA$$

$$I_{y'} = \int_{(A)} x^2 dA + \underbrace{a^2 \int_{(A)} dA}_{a^2 \cdot A} + \underbrace{2a \int_{(A)} x dA}_{S_y = 0 \quad (x_G = 0)}$$

$$\| \underline{I_{y'} = I_y + a^2 \cdot A} \quad \text{--- (14)}$$

$$I_{x'y'} = \int_{(A)} x'y' dA = \int_{(A)} (x+a)(y+b) dA$$

$$I_{x'y'} = \int_{(A)} xy dA + \underbrace{b \int_{(A)} x dA}_{S_y = 0 \quad (x_G = 0)} + \underbrace{a \int_{(A)} y dA}_{S_x = 0 \quad (y_G = 0)} + \underbrace{ab \int_{(A)} dA}_{ab \cdot A}$$

$$\| \underline{I_{x'y'} = I_{xy} + ab \cdot A} \quad \text{--- (15)}$$

6- Sonuçlar :

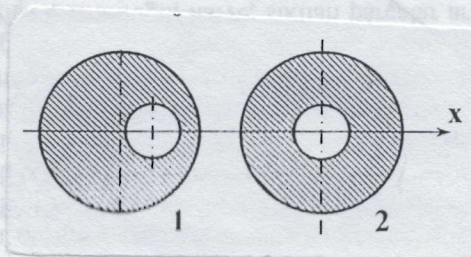
a) $I_{x'}$ ve $I_{y'}$ hesabında, x' ve y' eksenlerinin,

ağırlık merkezinin ne tarafında olduğu - 5-
önemli değildir. Ağırlık merkezinden uzaklaş-
tıkça, bu eylemsizlik momentleri büyür.

b) I_{xy} hesabında a ve b nin pozitif veya
negatif oluşu önem taşır. Eksenlerin
yer ve yön değiştirilmesi, karşılıklı eylem-
sizlik momentinin değeri açısından önemlidir.

c) Bir düzlemsel şeklin, bir eksene göre
eylemsizlik momenti hesaplanırken, bu şeklin
bir parçasının söz konusu eksene paralel
olarak kaydırılması, sonucu değiştirmez,

$$I_{x1} = I_{x2} \quad (\text{Şekil 4})$$



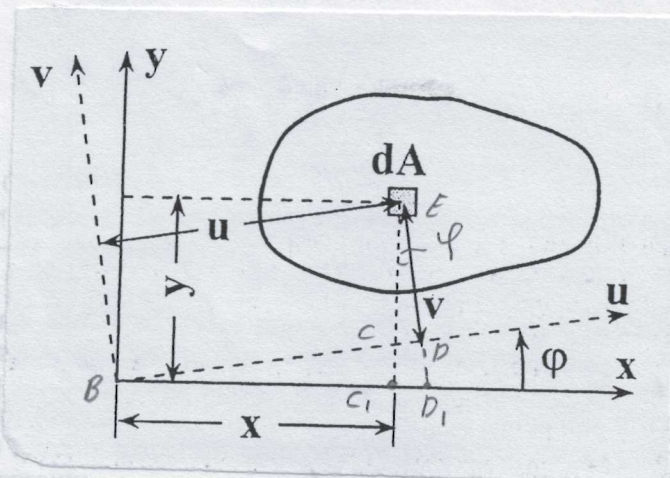
Şekil 4- $I_{x1} = I_{x2}$ [L1]

7- Eksenlerin döndürülmesi (Şekil 5);

$u-v$ eksen takımı, $x-y$ eksen takımına
göre φ açısı kadar döndürülmüştür.

(Şekil 5) u, v, x, y, φ cinsinden

yanırlırsa:



Şekil 5 - Eksenlerin döndürülmesi.

[L1]

$$\overline{EC} + \overline{CC_1} = y$$

$$\overline{BD_1} - \overline{C_1D_1} = x$$

$$\frac{v}{\cos \varphi} + x \tan \varphi = y$$

$$v + x \sin \varphi = y \cos \varphi$$

$$v = y \cos \varphi - x \sin \varphi \quad (16)$$

$$\frac{u}{\cos \varphi} - y \tan \varphi = x$$

$$u - y \sin \varphi = x \cos \varphi$$

$$u = x \cos \varphi + y \sin \varphi \quad (17)$$

bulunan u ve v değerleri ile I_u , I_v , I_{uv} hesaplanır.

$$I_u = \int v^2 dA \quad (\text{Eşitlik 1})$$

(A)

$$I_u = \int_{(A)} (y \cos \varphi - x \sin \varphi)^2 dA$$

$$I_u = I_x \cos^2 \varphi + I_y \sin^2 \varphi - 2 I_{xy} \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = 2 \cos^2 \varphi - 1$$

$$\cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2}$$

veya,

$$\sin^2 \varphi = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}$$

$$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi$$

esitlikleri ile,

$$I_u = I_x \cdot \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} + I_y \cdot \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} - I_{xy} \sin 2\varphi$$

$$\| I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\varphi - I_{xy} \sin 2\varphi \quad (18)$$

aynı şekilde,

$$\| I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\varphi + I_{xy} \sin 2\varphi \quad (19)$$

ve

$$\| I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\varphi + I_{xy} \cos 2\varphi \quad (20)$$

elde edilir

31/8/14

A-A kesit alanının ağırlık merkezi,

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Gi} \cdot A_i}{A} \quad (\text{Eşitlik 11})$$

$$y_G = \frac{50 \cdot 20 \cdot 60 + 20 \cdot 20 \cdot 40}{60 \cdot 20 + 20 \cdot 40}$$

$$\| \underline{y_G = 38 \text{ mm.}}$$

Ağırlık merkezi yarıçapı

$$r = 300 + 38 = 338 \text{ mm.}$$

Jant hacmi,

$$V_{\text{jant}} = A \cdot 2\pi r = 2000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 338$$

$$\| \underline{V_{\text{jant}} \approx 4,25 \cdot 10^6 \text{ mm}^3}$$

8- Pappus - Guldin (veya Guldinus) Teoremleri;

Teorem 1 :

Bir eğerinin, kendi düzlemi içinde yer almayan bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşturulmuş olan yüzey alanı, eğerinin uzunluğu ile döndürülme esnasında eğerinin G ağırlık merkezinin aldığı yolun çarpımına eşittir.

Teorem 2 :

Bir düzlem alanının, kendi düzlemi içinde yer almayan bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşturulmuş olan dolu hacmi, alan ile dönme ekseninde alanın ağırlık merkezinin aldığı yolun çarpımına eşittir.

Yani, bir A alanı alalım, bu alanın çerçeve uzunluğu da C olsun. Bu alanın ağırlık merkezinin, alanı kesmeyen bir eksene mesafesi ise y_G olsun (Ancak eksen alana temas edebilir).

- A alanının bu eksen etrafında dönmesi ile oluşan cismin hacmi,

$$V = A \cdot 2\pi \cdot y_G \quad (21)$$

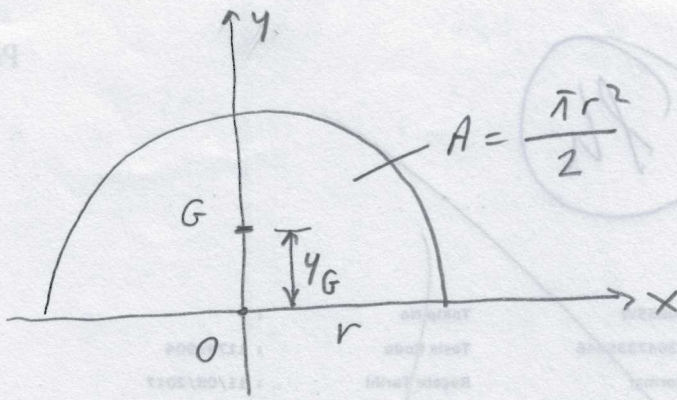
- C efrisinin bu eksen etrafında dönmesi ile oluşan cismin yüzey alanı

$$S = C \cdot 2\pi \cdot y_G \quad (22)$$

dir.

Örnek 2 :

Yarım daire diliminin ağırlık merkezini bulunuz.



Yarım daireyi $\overline{OX}$ eksenine etrafında 2π kadar döndürürsek küre hacmi elde ederiz.

$$V_{\text{küre}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Döndürülen yüzey alanı,

$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$V = A \cdot 2\pi \cdot y_G \quad (\text{Esratiklik } 2\pi)$$

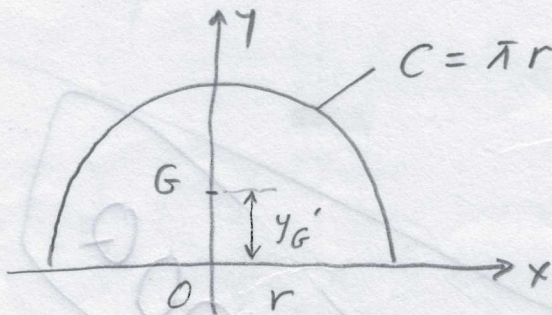
$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi r^2}{2} \cdot 2\pi \cdot y_G$$

$$\parallel y_G = \frac{4r}{3\pi}$$

(23)

Örnek 3:

Yarım çember yayının ağırlık merkezini bulunuz.



$C (= \pi r)$ eğrisini (yarım sember yayı)

$\bar{O}x$ eksenini etrafında π kadar döndürürsek yarım küre alanı elde edilir.

$$S_{\text{küre}} = \frac{4\pi r^2}{2}$$

Döndürülen eđri uzunluğu,

$$C = \pi r$$

$$S = C \cdot \pi \cdot \gamma_G' \quad (\text{Eđitlik 22})$$

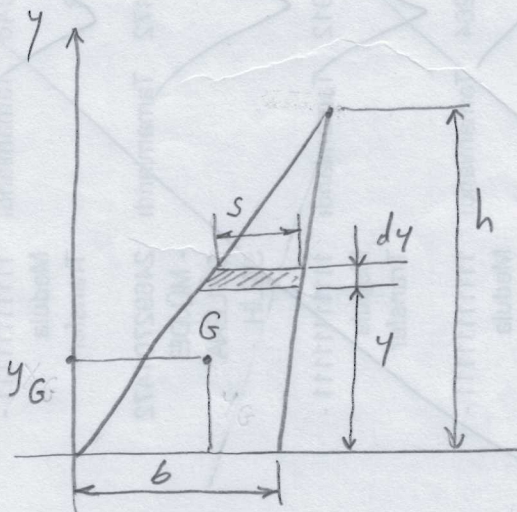
$$\frac{4\pi r^2}{2} = \pi r \cdot \pi \cdot \gamma_G'$$

$$\parallel \gamma_G' = \frac{2r}{\pi} \quad (24)$$

olur. C eđrisini 2π kadar $\bar{O}x$ etrafında döndürebiliriz. bu takdirde $S_{\text{küre}} = 4\pi r^2$ olur.

Örnek 4 :

Bir üçgenin ağırlık merkezini bulunuz.
(Üçgende ağırlık merkezi, kenarortaylarının kesim noktasıdır.)



$$\gamma_G = \frac{S_x}{A} \quad (\text{Eđitlik 8})$$

$$S_x = \int y dA \quad (\text{Eđitlik 5})$$

(A)

$$y_G = \frac{\int y \, dA}{A}$$

$$dA = s \cdot dy$$

$$\frac{s}{b} = \frac{h-y}{h} \rightarrow s = \frac{b}{h} (h-y)$$

$$y_G = \frac{\int_0^h y \frac{b}{h} (h-y) \, dy}{\frac{1}{2} b \cdot h}$$

$$y_G = \frac{2}{h^2} \int_0^h (yh - y^2) \, dy$$

$$y_G = \frac{2}{h^2} \left[h \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^h$$

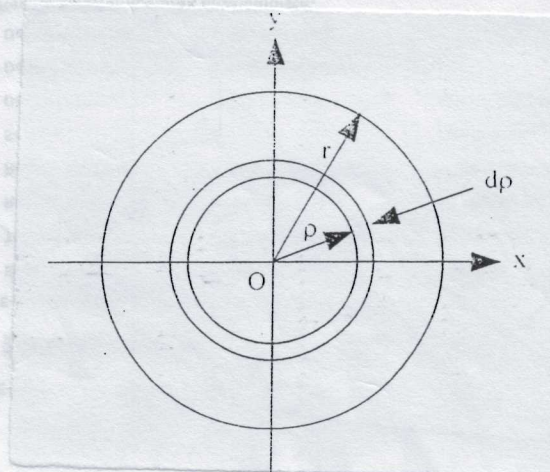
$$y_G = \frac{2}{h^2} \left[\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3} \right] = \frac{2}{h^2} \cdot \frac{h^3}{6}$$

$$\underline{\underline{y_G = \frac{h}{3}}}$$

(25)

Örnek 5:

Dairesel kesitin kutupsal eylemsizlik momentini hesaplayınız



$$I_p = \int_A \rho^2 dA \quad (\text{Eşitlik 4})$$

$$dA = 2\pi \rho \cdot d\rho$$

$$I_p = \int_0^r \rho^2 2\pi \rho \cdot d\rho = 2\pi \int_0^r \rho^3 d\rho$$

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2}$$

veya $r = d/2$ ile,

$$I_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad (26)$$

Ayrıca, $I_x = I_y = I_p/2$

$$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64} \quad (27)$$

olarak bulunur.

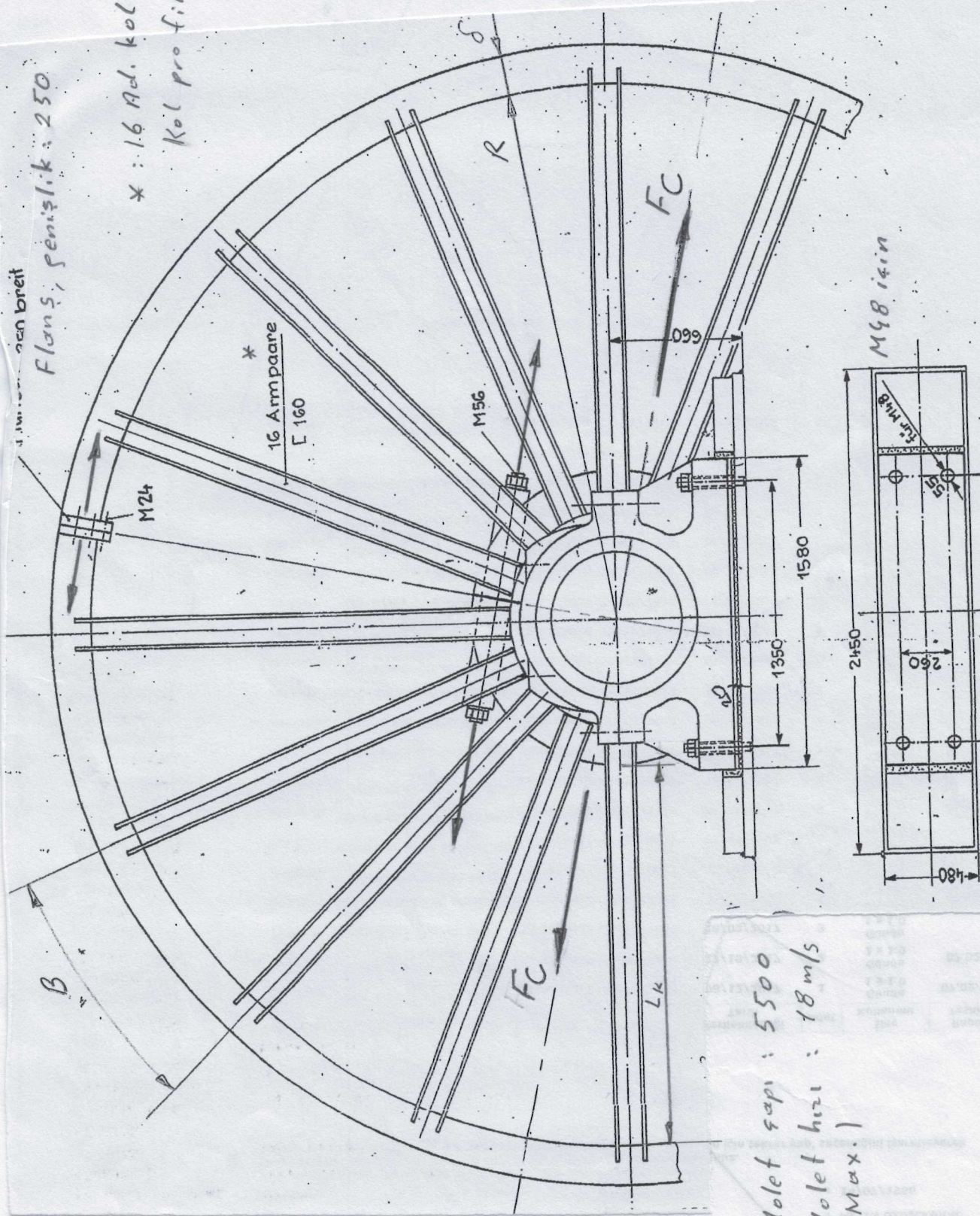
II - Kollu moletin mukavemet hesabı :

1- Moleti etkileyen merkezkaç (santrifüj) kuvvet,

Kollu molet resmi Şekil 7 de verilmiştir.

Dinamik kuvvetlerin büyük olması nedeniyle molet mukavemet bakımından büyük önem

kazanır, bu bakımdan moletin mukavemet kontrolünün yapılması kaçınılmaz olur.

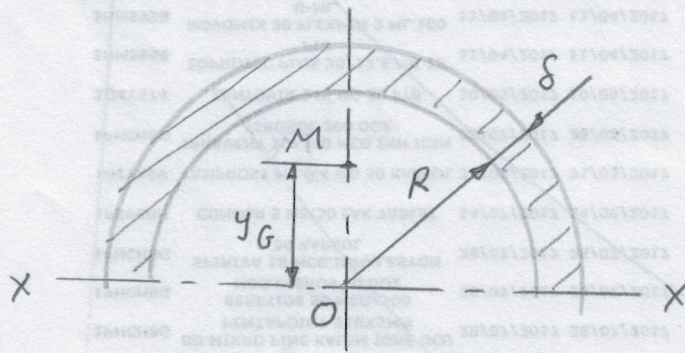


Molet çapı : 5500
Molet hızı : 18m/s
(Max.)

Sekil 7- Kollu molet (MAN-GHH)

Molet ağırlığının büyük kısmını çember kısmı oluşturur. Kolların ve pöbek kısmının ağırlıkları çember kısmının ağırlığının yanında çok küçük kaldığı için, moleti etkileyen santrifüj kuvvetin hesabında yalnız çember kısmı alınır, diğer kısımlar ihmal edilirse daha basit ve daha kolay hesaplama yöntemi elde edilir, yapılan hata sonucu önemli derecede etkilemez. [L2].

Santrifüj kuvvetin çember kısmını iki parçaya ayırmaya çalışacağı düşünülerek,
Çember kısmının ağırlık merkezi,



Dairesel kesit dilimini $X-X$ eksenini etrafında 2π kadar döndürelim içi boş küre elde edilir.

Dairesel kesit diliminin (çemberin) alanı,

$$S_{\text{çember}} = \frac{1}{2} \pi [(R+\delta)^2 - R^2]$$

İçi boş kürenin hacmi,

$$V_{\text{İçi boş küre}} = \frac{4}{3} \pi [(R+\delta)^3 - R^3]$$

Pappus - Guldin teoremi uygulanırsa (Sayfa: 9),

$$\frac{4}{3} \pi [(R+\delta)^3 - R^3] = 2\pi \cdot y_G \cdot \frac{1}{2} \pi [(R+\delta)^2 - R^2]$$

y_G - Dairesel kesit diliminin ağırlık merkezi koordinatı

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{[(R+\delta)^3 - R^3]}{[(R+\delta)^2 - R^2]}$$

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{R^3 + 3R^2\delta + 3\delta^2R + \delta^3 - R^3}{R^2 + 2R\delta + \delta^2 - R^2}$$

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{3R^2\delta + 3\delta^2R + \delta^3}{2R\delta + \delta^2}$$

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{3R^2 + 3\delta R + \delta^2}{2R + \delta}$$

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{3R^2 \left(1 + \frac{\delta}{R} + \frac{\delta^2}{3R^2}\right)}{2R \left(1 + \frac{\delta}{2R}\right)}$$

$\frac{\delta}{R}$, $\frac{\delta^2}{3R^2}$ ve $\frac{\delta}{2R}$ oranları çok küçükten

ihmal edilebilir ve ağırlık merkezi

$$y_G = \frac{4}{3\pi} \frac{3R^2}{2R}$$

105554

$$\| y_G = \frac{2R}{\pi}$$

- 18 -

olarak bulunur. Bu değer Esitlik 24'ün aynısıdır yani, R nin yanında S değeri göz ardı edilerek $1/2$ daire yayının (Tel den yarım daire yayının) açırlık merkezi olarak ta düşünülebilir.

Santrifüj (merkezkaç) kuvvetin çember kısmını iki parçaya ayırmaya çalışacağız. göz önüne alınırsa, bu kuvveti hesaplıyor bilmemiz için başarıda verilen ön bilgiler ihtiyacımız vardır.

Newton'un hareket yasaları :

1. Yasa : Bir cisme bir dış kuvvet (bileşke kuvvet) etki etmedikçe, cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.
2. Yasa : Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.

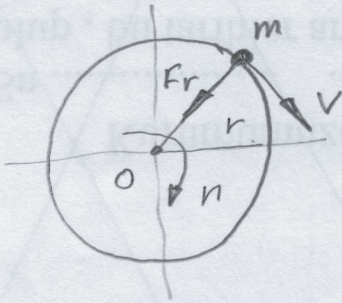
$$\sum F = m \cdot a \quad \text{--- (28)}$$

3. Yasa : İki cisim etkileşiyorsa, 2 cisminin 1 cismine uyguladığı F_{21} kuvveti.

1 cisminin 2 cisminе uğuladığı F_{12} kuvvetine eğit ve zıt yönlüdür yani,
 $F_{12} = - F_{21}$

dır.

Şimdi, Newton'un 2. yasasını yarığap dörđrut tusu boyunca uğulsak hesaplanacak merkezci ivmeye neden olan net kuvvetin değerini buluruz.



$$\sum F_r = m \cdot \gamma_r = m \frac{v^2}{r} \quad (29)$$

F_r	m	γ_r	v	r
N	kg	m/s ²	m/s	m

F_r - Merkezci kuvvet

γ_r - Merkezci (radyal) ivme

r - Dönme yarığarı

v - Kütlenin ęerre (ęerresel) veya teğetsel hızı

Eęitlik 29'u, aęisal hız ifadesi ile de yazabiliriz

$$v = r \cdot \omega = r \cdot \frac{\pi n}{30} \quad (30)$$

ω - Aęisal hız [1/s veya rad./s]

n - Kütlenin dönme devir sayısı [d/d]

$$\sum F_r = m \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{r^2 \omega^2}{r}$$

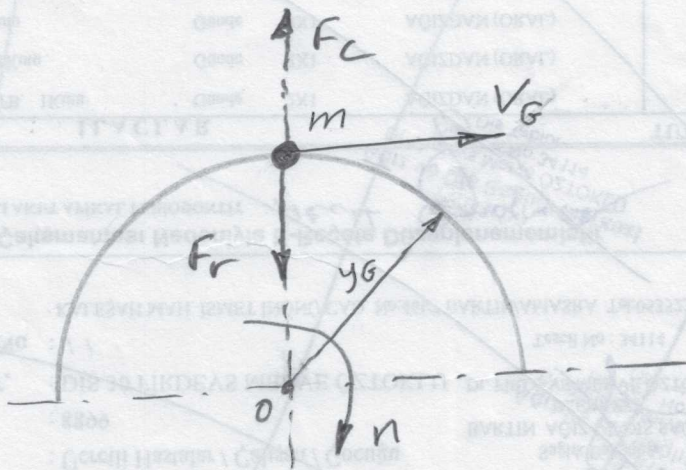
$$\sum F_r = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad (31)$$

olur. Bir bilgi daha verelim,

m kütlelerini dairesel bir yörüngede tutmak için gerekli olan ve içe doğru etkileyen kuvvete merkezci kuvvet, merkezden kurtulup dışarı doğru kaçmaya çalışan kütlelerin dışa doğru uyguladığı kuvvete de merkezkaç kuvvet denir. Merkezkaç kuvvet kavramı yaygın biçimde kullanılmakla birlikte, bu kuvvetin Newton kanunlarında tanımlanan kuvvetlerle aynı anlamı taşımadığı aşiktir.

Biz alışagelmış merkezkaç kuvveti tanımını kullanacağız (Şekil 8).

Artık problemimize dönebiliriz.



Şekil 8. Merkezkaç kuvvet F_c